

Efecto de algunas idealizaciones en la respuesta sísmica de edificios de acero

Effect of some idealizations on the seismic response of steel buildings

Mario D. Llanes Tizoc¹, Federico Valenzuela Beltrán¹, Victor E. Baca Machado¹, Juan D. Trasviña Soberanes², Edén Bojórquez¹, Juan Bojórquez¹ y Alfredo Reyes Salazar^{1*}

RESUMEN

Se calculan las respuestas sísmicas de varios modelos de marcos de acero resistentes a momentos (MARM) usando la matriz de masa concentrada (*MCC*) y se comparan con las obtenidas con la matriz de masa consistente (*MCS*). La precisión de representar la energía disipada en términos del Amortiguamiento de Rayleigh (*CR*) considerando los dos primeros modos laterales de vibrar también se evalúa. Asimismo, las respuestas se calculan considerando solo un elemento por viga y se comparan con las obtenidas al asumir dos y tres elementos. Se muestra que los cortantes de entrepiso y los momentos flexionantes en columnas se subestiman en promedio hasta en un 15% y 35%, respectivamente, al usar la matriz *MCC*. Las fuerzas de amortiguamiento de piso horizontales se subestiman hasta en un 350% si se utilizan los modos 1 y 2 en la construcción de la matriz *CR*. Los momentos flexionantes en columnas se subestiman hasta en un 15% si en el modelado estructural se usa solo un elemento por viga. Los resultados de este estudio indican que los errores introducidos en términos de desplazamientos son despreciables si se utiliza la matriz *MCC*, o un elemento por viga, pero se pueden introducir errores significativos en el diseño debido a la sobreestimación o subestimación de las fuerzas de diseño. Por ello, se recomienda utilizar la matriz *MCS* y dos elementos por viga en el modelado del sistema estructural estudiado. Asimismo, se recomienda utilizar el primer modo y uno superior en la derivación de la matriz *CR*.

Recibido: abril 2024
Aceptado: junio 2024
Publicado: junio 2024

Palabras Clave:

Edificios de acero, matriz de masas, respuesta sísmica.

Keywords:

Steel buildings, mass matrix, seismic response.

ABSTRACT

The seismic responses of several moment-resisting steel frame (MARM) models are calculated using the concentrated mass matrix (*MCC*) and compared with those obtained with the consistent mass matrix (*MCS*). The accuracy of representing the dissipated energy in terms of Rayleigh Damping (*CR*) considering the first two lateral modes of vibration is also evaluated. Similarly, the responses are calculated considering only one element per beam and are compared with those assuming two and three elements. It is shown that the story shears and bending moments in columns are underestimated on average by up to 15% and 35%, respectively, when using the *MCC* matrix. The story horizontal damping forces are underestimated by up to 350% if modes 1 and 2 are used in the construction of the *CR* matrix. Bending moments in columns are underestimated by up to 15% if only one element per beam is used in the structural modeling. The results of this study indicate that the errors introduced in terms of displacements are negligible if the *MCC* matrix, or one element per beam, is used, but significant errors can be introduced in the design due to overestimation or underestimation of the design forces. Therefore, it is strongly recommended to use the *MCS* matrix and two elements per beam in the modeling of the structural system studied. It is also recommended to use the first mode and one higher in the derivation of the *CR* matrix.

*Autor para correspondencia: Alfredo Reyes Salazar
Dirección de correo electrónico: reyes@uas.edu.mx

¹Profesor, Facultad de Ingeniería, Culiacán, Universidad Autónoma de Sinaloa

²Estudiante de doctorado

1. INTRODUCCIÓN

No hay duda de que el diseño apropiado de estructuras en regiones de alta sismicidad depende significativamente de procedimientos o métodos de análisis precisos y confiables para estimar las fuerzas a la que estarán sometidas después de su construcción. La precisión de dichos métodos depende a su vez en gran medida de un número significativo de parámetros aleatorios que pueden circunscribirse en dos grupos: (a) los asociados a las cargas sísmicas a las que estará sometida la estructura y (b) los asociados a la modelación de la estructura en sí.

En relación con el primer grupo, las cargas sísmicas usualmente se expresan en términos de espectros de diseño. Los métodos modernos para construir tales espectros se basan en un análisis probabilístico del peligro sísmico del sitio en que se desplantará la estructura. El nivel de actividad sísmica en todas las fallas que contribuyen al peligro sísmico de la región es un factor crucial que debe ser considerado. Específicamente los factores que deben tomarse en cuenta incluyen la magnitud de los terremotos, las distancias del sitio a las fallas, los mecanismos de las fallas, la geología de la trayectoria de las ondas sísmicas desde la fuente hasta el sitio y las condiciones locales del sitio.

En el segundo grupo se tiene que definir un número considerable de aspectos, comenzando con el sistema estructural más apropiado para soportar las cargas de la edificación y los materiales (acero, concreto...) que serán utilizados. Junto con ello se tendrá que definir el uso de vigas, columnas, losas (probablemente una combinación), elementos de contraventeo, conexiones, así como también el tipo de cimentación. En esta idealización deben considerarse todos los elementos que contribuyan significativamente a la respuesta estructural. Las propiedades elásticas e inelásticas de los materiales, así como también las propiedades geométricas de las secciones de los elementos, deben de especificarse.

Dentro de estas definiciones se dan una serie de idealizaciones asociadas al análisis sísmico de la estructura cuyo efecto muchas veces es ignorado y puede resultar en diseños no conservadores. Entre ellos podemos mencionar las formulaciones de las matrices de masa (M), amortiguamiento (C) y rigidez (K). El modelo de matriz de masa concentrada (MCC) generalmente se usa para la primera matriz, mientras que el modelo de amortiguamiento de Rayleigh (Cr) se

usa para la segunda. Además, en la formulación de dichas matrices, solo un elemento se usa para representar cada miembro estructural (viga o columna). Algunos aspectos relacionados con la precisión de estas prácticas asociados al comportamiento sísmico de uno de los sistemas estructurales más usados en edificios de acero, i.e. marcos resistentes a momento (MRM), constituye el principal objetivo de esta investigación.

2. REVISION DE LITERATURA Y OBJETIVOS

Un número considerable de proyectos de investigación han sido desarrollados con el objetivo de evaluar el efecto del modelado de las matrices M y C en la respuesta de estructuras. Entre los primeros se tiene el de Archer [1], quien estudió el efecto de una matriz de masa consistente para vigas. Rea et al. [2] estimaron el amortiguamiento existente en algunos prototipos especiales de marcos de acero consistentes en una plataforma sostenida por columnas. Wilson y Penzien [3] desarrollaron dos métodos para cuantificar numéricamente la matriz C . Crisp [4] realizó un análisis comparativo de diferentes modelos de amortiguamiento para cuantificar su efecto sobre la Respuesta sísmica inelástica de marcos de concreto reforzado. Stavrinidis et al. [5], utilizando el Método de Elemento Finito, propuso una versión mejorada de la matriz de masa consistente en términos de tiempo de cálculo para miembros unidimensionales (1D) y bidimensionales (2D). Léger y Dussault [6] estudiaron la influencia de la representación matemática del amortiguamiento viscoso en la disipación de energía para estructuras modeladas como sistemas de varios grados de libertad. Michaltsos y Konstantakopoulos [7], para el caso especial de una torre de paredes delgadas, consideraron el efecto de la inercia rotacional de los miembros estructurales agregando una masa concentrada adicional. Kowalsky y Dwairi [8] analizaron la precisión del uso del amortiguador viscoso equivalente mientras se utiliza en el diseño basado en desplazamiento directo. Archer y Whalen [9] presentaron un procedimiento para diagonalizar la matriz M considerando grados de libertad traslacionales y rotacionales. Val y Segal [10] calcularon las respuestas de estructuras modeladas como sistemas de un grado de libertad con amortiguamiento viscoso y las compararon con las de amortiguamiento histerético. Contribuciones importantes al estado del arte del tópico abordado también pueden encontrarse en muchas otras investigaciones [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24].

Las investigaciones antes mencionadas representan sin duda un gran avance hacia la comprensión de los efectos de modelar las matrices M y C en la respuesta sísmica de edificios de acero. Sin embargo, hay varios aspectos que no han sido estudiados o que requieren investigación adicional. Por ejemplo, edificios de acero de diferentes alturas, modelados como sistemas complejos de varios grados de libertad, tomando en cuenta parámetros de respuestas locales y globales, no han sido considerados. La precisión de representar la energía disipada en términos del amortiguamiento de Rayleigh no ha sido evaluada. El efecto del número de elementos usados para representar los miembros estructurales también requiere investigación adicional. Algunos de estos problemas se abordan en esta investigación para el caso de edificios con MARM. Los objetivos principales son:

(a) Calcular las respuestas locales y globales de los modelos utilizados suponiendo que la matriz de masa es de tipo concentrada (MCC) y comparar los resultados con los de considerar la matriz de masa consistente (MCS).

(b) Determinar la precisión de representar la energía disipada en términos del amortiguamiento de

Rayleigh (Cr) considerando los dos primeros modos de vibrar.

(c) Estudiar el efecto sobre la respuesta de considerar uno, dos, o tres elementos por viga en la estructura.

3. METODOLOGÍA Y PROCEDIMIENTO

Para cumplir con los objetivos antes mencionados, las respuestas de tres edificios de acero ante la acción de varios registros sísmicos se calculan modelándolos, como se indicó anteriormente, mediante marcos de acero complejos de varios grados de libertad, por lo que las contribuciones de los modos superiores se consideran explícitamente. Los modelos utilizados fueron diseñados como parte de un Proyecto de la SAC [25] y se asume que se ubican en suelos firmes de una zona altamente sísmica. Representaciones bidimensionales (2D) de estos edificios, que consisten en los marcos de acero perimetrales resistentes a momento de los edificios tridimensionales, son específicamente utilizados como modelos en el estudio, su elevación se muestra en la Figura 1. Los modelos, que son de baja, media, y gran altura, se definen como Modelos 1, 2 y 3, y

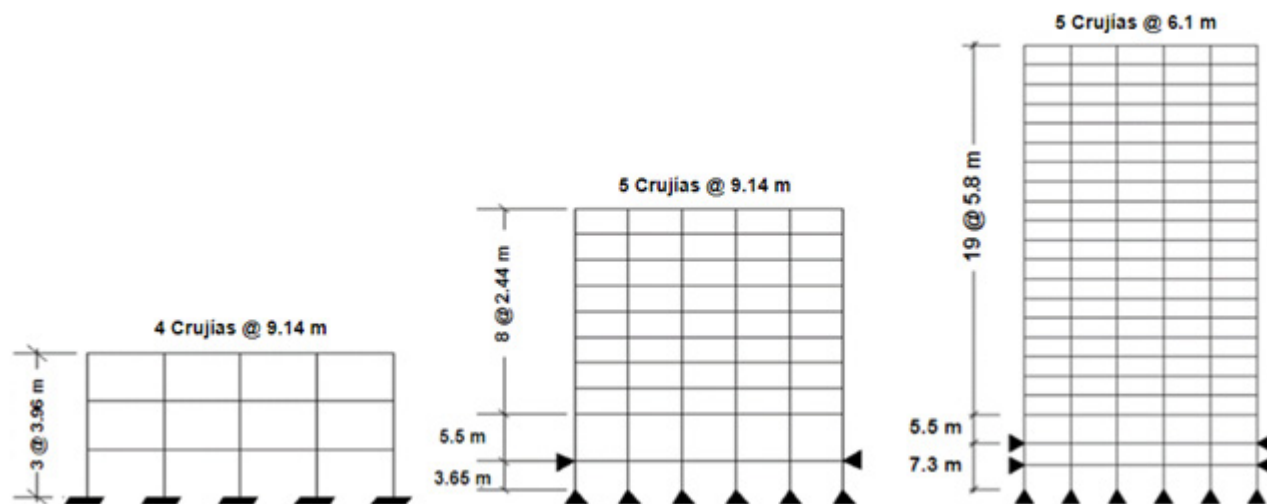


Fig. 1. Elevación de los modelos usados en el estudio

tienen períodos fundamentales de 1.03 s, 2.38 s y 4.07 s, respectivamente.

Información adicional, como es la geometría en planta y la sección (tipo W) de cada uno de los miembros, se pueden encontrar en la literatura [25, 26]. Los análisis no lineales paso a paso requeridos se realizan con el software Ruaumoko [27] en donde a su vez se usa el Método de Aceleración Promedio de Newmark con un intervalo de tiempo (DT) de 0.005 s, para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales que gobiernan el problema dinámico. Los efectos de desplazamiento grandes también se consideran en el análisis dinámico.

Los resultados de la matriz de masa MCC se comparan con los de la matriz MCS. Si el orden de los grados de libertad de un miembro prismático con eje recto de un marco plano (caso de esta investigación) son los mostrados en la Figura 2, las formas de las matrices MCC y MCS es como se muestra en las Ecuaciones (1) y (2), respectivamente. En dicha figura y ecuaciones m representa la masa por unidad de longitud.

La matriz de amortiguamiento de Rayleigh se representa por la Ecuación 3. Dicho modelo se obtiene de una combinación de la matriz de masa y la matriz de rigidez; como se observa de la ecuación la matriz de masa consistente y la matriz de rigidez tangente (K_t) se usan en dicha ecuación. 3% de amortiguamiento viscoso ($\zeta=3\%$) usualmente se fija en los dos primeros modos para determinar los coeficientes α y β de dicha matriz. La precisión de esta práctica se evalúa fijando la cantidad mencionada de amortiguamiento en el primer y tercer modo, primer y cuarto modo, y primer y sexto modo, para el modelo baja, mediana y gran altura, respectivamente. Se utilizaron vigas y vigas-columna para representar los miembros estructurales horizontales y verticales, respectivamente.

Con el objetivo de evaluar la precisión de usar solo un elemento por miembro, los resultados se comparan con los de utilizar dos y tres elementos estructurales por miembro. Se consideran tres grados de libertad en cada nodo. Las zonas del panel se supone que son rígidas. El comportamiento histerético bilineal con una

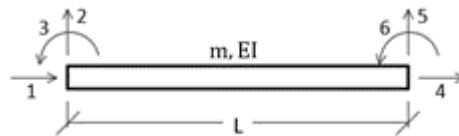


Figura 2. Grados de Libertad de un miembro prismático con eje recto de un marco plano.

$$M_{CC} = \frac{mL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$M_{CS} = \frac{mL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -3L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

rigidez de post-fluencia del 3% asume en el estudio. La acción combinada de cargas axiales y momentos flexionantes se toma en cuenta de acuerdo al modelo propuesto por Chen y Atsuta [28].

$$C_R = \alpha M_{CS} + \beta K_t \quad (3)$$

Los registros sísmicos usados en la modelación numérica fueron seleccionados de tal manera que su forma espectral, régimen tectónico, magnitud, y la distancia de falla, son similares a los que controlan el peligro sísmico del área donde se ubican los edificios. Las principales características de dichos registros pueden verse en la Tabla 1. En dicha tabla los símbolos *M*, *DE* y *AMT* denotan la magnitud, la dis-

tancia epicentral y la aceleración máxima del terreno del evento sísmico.

Para obtener diferentes niveles de deformación, los registros sísmicos se escalan de acuerdo a la media geométrica de la aceleración espectral ($S_{a,avg}$) calculada como el promedio de las pseudo aceleraciones (S_a) durante un rango de períodos. El rango de períodos para calcular $S_{a,avg}$ varía de $0.2T_1$ a $1.6T_1$, con incrementos constantes de 0.01 s, donde T_1 es el período fundamental del modelo. Los valores de $S_{a,avg}$ varían a su vez de 0.2g a 1.4 g, con incrementos uniformes de 0.2 g para el Modelo 1, mientras que para el Modelo 2 dicho rango va desde 0.1 g hasta a 0.8 g con incrementos constantes de 0.1 g. Para el caso del Modelo 3, el rango de variación de $S_{a,avg}$ va de 0.05g a 0.35g con incrementos constantes de 0.05g. Es importante aclarar que los valores máximos de $S_{a,avg}$ se fijaron de tal manera que la máxima deformación inelástica máxima, en términos de desplazamientos de entrepiso, fue de alrededor de 4% para cualquiera de los modelos.

Tabla 1. Registros Sísmicos (RS)

DESIGNACIÓN	ESTACIÓN	M	DE (km)	AMT (g)		PERIODO (s)	
				N-S	E-O	N-S	E-O
RS1	Imperial Valley, 1940	6.9	10	0.46	0.68	0.53	0.46
RS2	Imperial Valley, 1979	6.5	4.1	0.39	0.49	0.16	0.34
RS3	Landers, 1992	7.3	36	0.42	0.43	0.73	0.33
RS4	Kern, 1952	7.3	25	0.52	0.36	0.25	0.23
RS5	Loma Prieta, 1989	7.0	12.4	0.67	0.97	0.21	0.2
RS6	Northridge, 1994, Newhall	6.7	6.7	0.68	0.66	0.31	0.31
RS7	Northridge, 1994, Rinaldi	6.7	7.5	0.53	0.58	0.39	0.29
RS8	Northridge, 1994, Sylmar	6.7	6.4	0.57	0.82	0.31	0.36
RS9	North Palm Springs, 1986	6.0	6.7	1.02	0.99	0.17	0.21
RS10	Coyote Lake, 1979	5.7	8.8	0.59	0.33	0.15	0.21
RS11	Morgan Hill, 1984	6.2	15	0.32	0.55	0.18	0.16
RS12	Parkfield, 1966, Cholame	6.1	3.7	0.78	0.63	0.37	0.30
RS13	Parkfield, 1966, Cholame	6.1	8	0.69	0.79	0.17	0.21
RS14	North Palm Springs, 1986	6.0	9.6	0.52	0.38	0.13	0.21
RS15	Whittier, 1987	6.0	3.62	0.77	0.48	0.70	0.28

4. RESULTADOS

4.1 Matriz de masa concentrada vs consistente

4.1.1 Parámetros de respuesta locales

En esta sección los momentos flexionantes y las cargas axiales resultantes sobre los miembros de los modelos obtenidos con la matriz MCC se comparan con los de la matriz Mcs. La comparación se hace para cada piso, modelo estructural, dirección, registro sísmico e intensidad sísmica. Para cargas axiales, la comparación se realiza para columnas interiores y exteriores, mientras que para el caso de momentos flexionantes, además de columnas, también se hace para vigas interiores y exteriores. Los parámetros RM_I y RA dadas por las Ecuaciones 4 y 5 se usan en la comparación de momentos flexionantes y cargas axiales, respectivamente. En la Ecuación 4, los términos BCC y BCS representan los momentos flexionantes obtenidos con las formulaciones de masa concentrada y consistente, respectivamente. El numerador y denominador de la Ecuación 5 tienen un significado similar, pero ahora se comparan cargas axiales. Dado que los resultados son bastante similares para ambas direcciones horizontales, la discusión se centra principalmente en los de la dirección NS. Además, sólo se presentan los valores de RM_I y RA promediados sobre todos los registros sísmicos.

$$R_{M1} = \frac{B_{CC}}{B_{CS}} \quad (4)$$

$$R_{A1} = \frac{A_{CC}}{A_{CS}} \quad (5)$$

Los valores promedio de RM_I en la dirección N-S, para columnas exteriores e interiores y para los tres modelos, se muestran en la Fig. 3. Se observa que para columnas exteriores (Ver Figs. 3a, 3b y 3c) el nivel de subestimación es mayor que en columnas interiores si se utiliza la matriz MCC. Para los tres modelos, los valores de RM_I disminuyen si $S_{a,avg}$ y el número de piso son mayores; por otra parte, tienden a aumentar con la altura del modelo. Los valores mínimos promedio de RM_I son aproximadamente 0.65, 0.68 y 0.80, lo que indica subestimaciones promedio máximas de 35%,

32% y 20%, para los Modelos 1, 2 y 3, respectivamente. Considerando las gráficas de los registros sísmicos individuales (no mostrados en el artículo), los niveles máximos correspondientes de subestimación son de alrededor del 66%, 58% y 42%. También se observa que (Figs. 3b, 3d y 3f) la subestimación de los momentos flexionantes en columnas interiores es menos significativa que la de las exteriores; para los Modelos 1 y 2 las subestimaciones máximas individuales y promedio rondan el 21% y el 11%, respectivamente; para el Modelo 3, por otro lado, los momentos de flexión son esencialmente los mismos para MCC y Mcs.

También se calcularon los valores medios de RM_I para vigas interiores y exteriores, pero no se presentan los resultados. Cabe mencionar, sin embargo, que el nivel de subestimación es similar al de columnas interiores.

Gráficas similares a las de momentos flexionantes también se construyeron para el caso de cargas axiales pero no se presentan. Vale la pena comentar, sin embargo, que a diferencia de momentos flexionantes, las cargas axiales en columnas exteriores se sobreestiman cuando se usan la matriz MCC. Los máximos valores promedio de sobreestimación son 60%, 22% and 5% para los Modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

4.1.2 Parámetros de respuesta globales

Las demandas sísmicas en términos de parámetros de respuesta globales como son los cortantes y desplazamientos de entrepiso también se estudiaron, sin embargo, solo unos pocos resultados se comentan aquí. Para el caso de cortantes de entrepiso se muestra que el máximo nivel de subestimación promedio es de aproximadamente 5%, 14% y 12%, para el Modelo 1, 2 y 3, respectivamente. Los correspondientes niveles máximos de subestimación considerando registros sísmicos individuales (no mostrados) son 15%, 30% y 26%. Los niveles de subestimación para desplazamientos de entrepiso son menores que los de casos de cortantes de entrepiso de tal forma que puede decirse que, en términos de valores promedio, los desplazamientos de entrepiso son precisamente estimados cuando se usa la matriz de masas concentrada.

4.2 Precisión del Modelo de Rayleigh

Existen varios aspectos del modelo de amortiguamiento de Rayleigh que necesitan ser estudiados. Sin embargo, en este estudio solo se muestra la inconveniencia de algunos de ellos. Es común calcular las

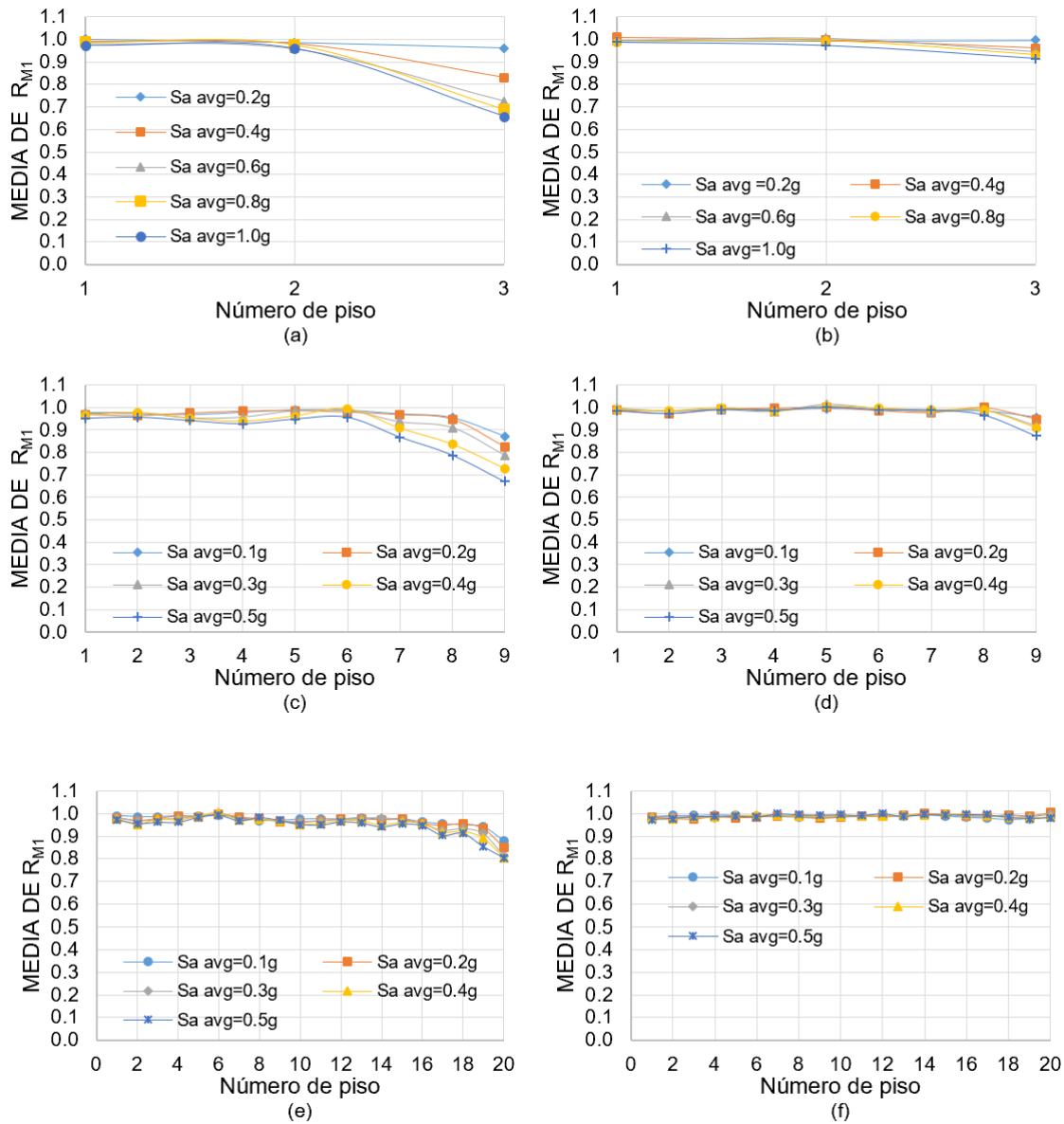


Fig. 3 Valores promedio de RM1: (a)-(c)-(e)→columnas exteriores, Modelos 1-2-3; (b)-(d)-(f)→columnas interiores, Modelos 1-2-3

constantes de proporcionalidad (α y β en la Ecuación 3) de la matriz de CR utilizando los dos primeros modos laterales de vibrar; este procedimiento es denominada aquí como Caso 1. En esta sección del artículo se contrastan los resultados de este enfoque con los obtenidos al considerar el primer modo 1 y uno superior (definido como Caso 2) en términos de las fuerzas de amortiguamiento horizontal desarrolladas en los pisos. Los modos particulares utilizados en el Caso 2, como se mencionó en la Sección 3 del artículo, son los modos 1 y 3, los modos 1 y 4, y los modos 1 y 6, para los Modelos 1, 2 y 3, respectivamente. En cualquiera de los casos, está claro que el uso del modelo de amortiguamiento de Rayleigh conducirá a grandes cantidades de amortiguamiento en los modos superiores.

Una vez que se fija ζ en dos modos, su valor en cualquiera de los modos se puede obtener usando la Ecuación 6 [29], donde n indica el número de modo. Los valores de ζ resultantes para los tres modelos en estudio, para los Casos 1 y 2, se muestran en la Fig. 4. Como se comentó anteriormente, se supone que la relación de amortiguamiento en los dos modos utilizados para calcular α y β es 3% (indicado por la curva “valor de referencia”). Se observa de la figura que los valores de ζ en los modos que no se utilizaron para calcular los coeficientes de proporcionalidad, no son consistentes con lo observado en pruebas de vibración forzada de estructuras, donde se muestra que ζ es aproximadamente igual para todos los modos [29, 30]); los valores son menos consistentes para el Caso 1.

$$\zeta_n = \frac{\alpha}{2\omega_n} + \frac{\beta\omega_n}{2} \quad (6)$$

Generalmente se cree que las fuerzas de amortiguamiento (F_A) en una estructura son pequeñas de tal manera que cualquier error derivado del uso del modelo de amortiguamiento de Rayleigh no tiene un efecto significativo en la respuesta sísmica. Además, muchos usuarios de software de análisis sísmico asumen que, si se especifica una cierta cantidad de amortiguamiento viscoso en dos modos, por ejemplo 3% del amortiguamiento crítico, entonces la estructura tendrá en realidad un 3% de amortiguamiento crítico. En esta sección del artículo, se muestra que esta percepción no es correcta y que los valores de F_A resultantes del modelo de Rayleigh pueden introducir errores considerables en la respuesta. Para ello, para cada modelo se calculan para cada piso las fuerzas de amortiguamiento horizontales promedio usando los modos 1 y 2 (Caso 1) en la construcción de matriz CR y se comparan con los obtenidos usando el modo 1 y un modo superior (Caso 2). La comparación se realiza usando el cociente RFA dado por la Ecuación 7. En dicha ecuación F_{DA1} y F_{DA2} , para cualquier piso, representan las fuerzas de amortiguamiento promediadas sobre todos los nodos del piso en cuestión para los Casos 1 y 2, respectivamente.

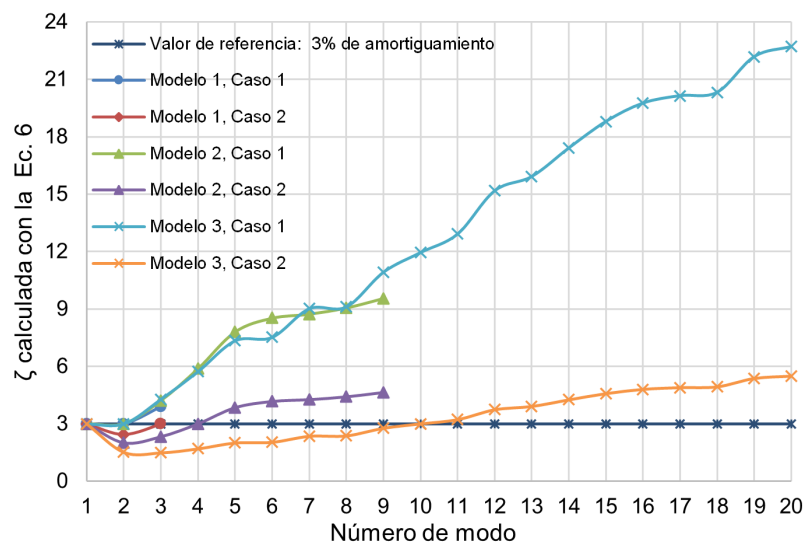


Fig. 4 Valores de ζ de acuerdo con el modelo de Rayleigh (Ecuación 6)

$$R_{FA} = \frac{F_{DA1}}{F_{DA2}} \quad (7)$$

Los valores de R_{FA} se presentan en las Figs. 5a, 5b y 5c, para los Modelos 1, 2 y 3, respectivamente. Los resultados indican que los valores pueden ser mucho mayores que la unidad, lo que indica que las fuerzas de amortiguamiento se sobreestiman cuando se usan los modos 1 y 2 en la construcción de la matriz CR . Para un modelo dado, los valores tienden a disminuir a lo largo de la altura del modelo, pero esencialmente no varían con la intensidad sísmica. Los valores tienden a aumentar a medida que el modelo se hace más alto: las sobreestimaciones máximas son de alrededor

del 10%, 115% y 225% para los modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

4.3 Uno vs más de un elemento por miembro

En esta sección del artículo se cuantifica la precisión de usar un solo elemento para modelar cada viga en comparación con la de usar dos o tres elementos. Se asume que la respuesta es más precisa cuando se usa más de un elemento por miembro ya que la distribución de masa es más real (más uniforme). Solo se comparan los momentos flexionantes en vigas; la comparación para algunos otros parámetros se comenta brevemente.

Para efectuar la comparación se usa el parámetro $RM2$ dado por la Ecuación 8. En dicha ecuación, $M1E$ y $M2E$ representan los momentos flexionantes en los

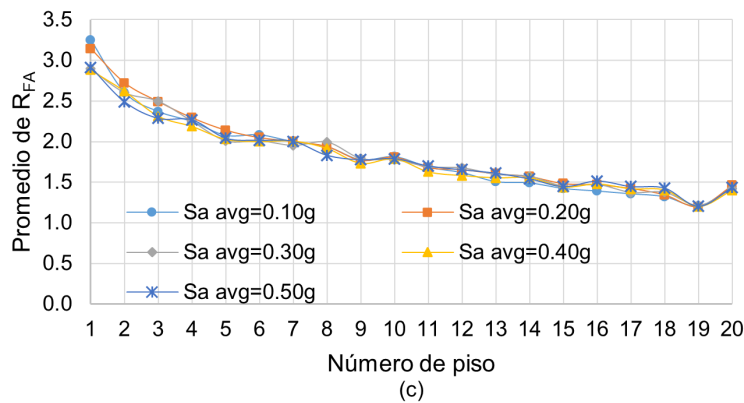
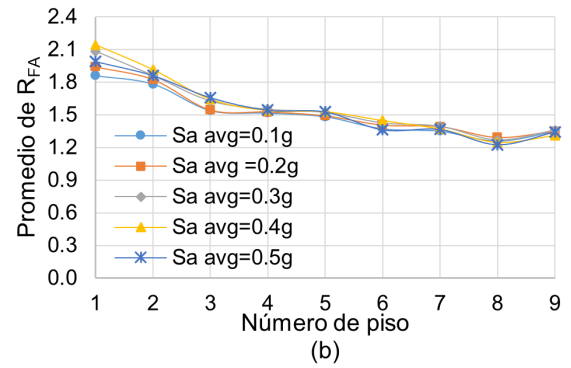
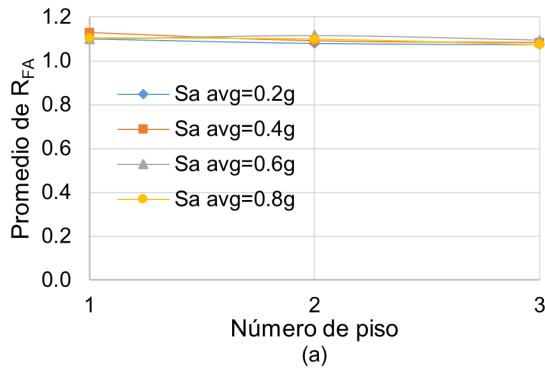


Fig. 5 Valores promedio de RFA, dirección NS: (a) Modelo1, (b) Modelo 2, (c) Modelo 3

extremos de las vigas cuando se usan uno y dos elementos para modelarlas, respectivamente.

$$R_{M2} = \frac{M_{1E}}{M_{2E}} \quad (8)$$

Los promedios de R_{M2} para vigas exteriores, así como para las interiores, se presentan en la Fig. 6 para todos los modelos. Se observa que para comportamiento elástico (valores más pequeños de $S_{a,avg}$), los

momentos flexionantes se subestiman cuando se usa un solo elemento por miembro; el nivel de subestimación aumenta con el número de piso; las cantidades observadas de subestimación promedio son 19%, 35%, 22% para los Modelos 1, 2 y 3, respectivamente. Para deformaciones intermedias o grandes, en cambio, los valores son esencialmente iguales a la unidad en casi todos los casos, lo que implica que los momentos flectores en las vigas sin nodos intermedios son muy similares a los resultantes de la consideración de un nodo intermedio.

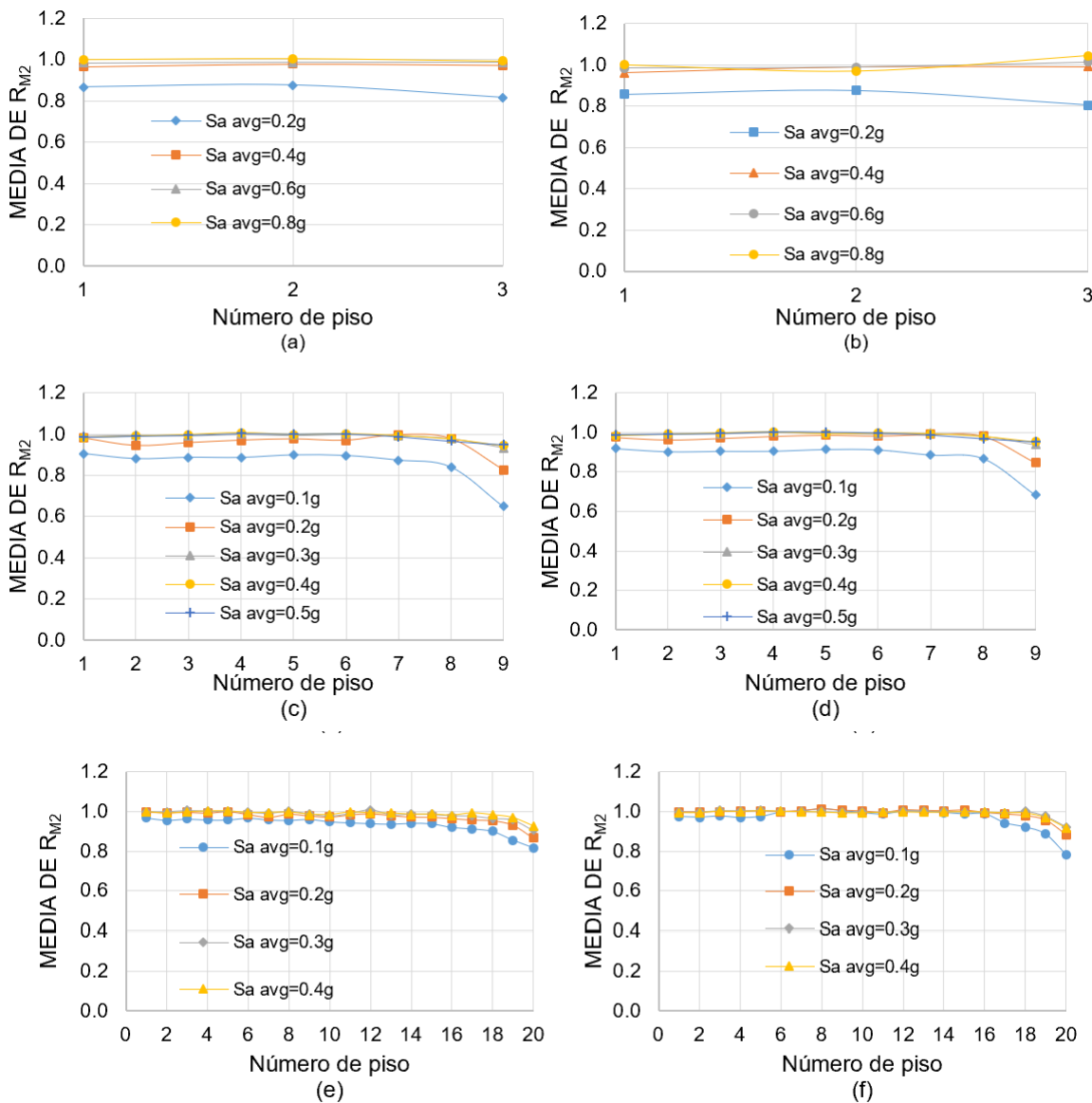


Fig. 6. Valores promedio de R_{M2} : (a)-(c)-(e)→vigas exteriores, Modelos 1-2-3; (b)-(d)-(f)→ vigas interiores, Modelos 1-2-3

Aunque no se proporcionan gráficas para otros parámetros de respuesta, vale la pena mencionar que los cortantes entre pisos pueden sobreestimarse si se utiliza solo un elemento por viga en el modelado estructural; se observa una sobreestimación media de hasta 21%. Los desplazamientos de entrepiso, por el contrario, se calculan con precisión. Para grandes deformaciones, las cargas axiales y los momentos flectores en columnas pueden sobreestimarse hasta en un 95% y 48%, respectivamente; pero para deformaciones pequeñas y moderadas, los momentos flectores en columnas se subestiman hasta en un 15%. La subestimación o sobreestimación obtenida al comparar las respuestas de los modelos sin nudos intermedios con las de dos nudos intermedios, es bastante similar a la de comparar las respuestas de los modelos sin nodo intermedio con las de un nodo intermedio. Por lo que se puede decir que hay convergencia en las respuestas cuando se consideran tres elementos por viga.

5. CONCLUSIONES

En este artículo las respuestas sísmicas de marcos de acero resistentes a momentos (MARF) se calculan considerando la matriz de masa concentrada (MCC) y se contrastan con las calculadas considerando la matriz de masa consistente (MCS). La precisión de representar la energía disipada en términos del amortiguamiento de Rayleigh (CR) considerando los dos primeros modos laterales de vibrar también se evalúa. Asimismo, las respuestas también se calculan considerando solo un elemento por viga y se comparan con las de asumir dos y tres elementos. Los principales resultados son:

(1) Los cortantes de entrepiso y los momentos flexionantes en columnas se subestiman en promedio hasta en un 15% y 35%, respectivamente, al usar la matriz MCC .

(2) Las fuerzas de amortiguamiento de piso horizontales se subestiman hasta en un 350% si se utilizan los modos 1 y 2 en la construcción de la matriz CR .

(3) Los momentos flexionantes en columnas se subestiman hasta en un 15% si en el modelado estructural se utiliza solo un elemento por viga.

(4) Los miembros estructurales en MRF normalmente se diseñan en términos de resistencia como vigas o viga-columnas para soportar las fuerzas internas; luego se revisan los desplazamientos laterales. Los resultados de este estudio indican que los errores

introducidos en términos de desplazamientos son despreciables si se utiliza la matriz MCC , o un elemento por viga, pero se pueden introducir errores significativos en el diseño debido a la sobreestimación o subestimación de las fuerzas de diseño. Por ello, se recomienda utilizar la matriz MCS y dos elementos por viga en el modelado del sistema estructural estudiado. Asimismo, se recomienda utilizar el primer modo y uno superior en la derivación de la matriz CR .

(5) Una de las principales justificaciones en el pasado para no utilizar la matriz MCS , o más de un elemento por miembro, fue la gran demanda de tiempo de cómputo (que implicaba un mayor costo). Sin embargo, hoy en día esta justificación ya no es válida, al menos para edificios modelados como sistemas 2D. Usando computadoras modernas junto con sistemas operativos eficientes, la diferencia entre los tiempos de cómputo derivados de usar las matrices MCC y MCS , se ha reducido significativamente.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se desarrolló gracias al apoyo económico brindado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) en términos de la beca de maestría otorgada al M.C. Juan Daniel Trasviña Soberanes. El apoyo recibido por parte de la Universidad Autónoma de Sinaloa a través del proyecto de investigación “Amortiguamiento de Rayleigh vs el de Wilson y Penzien en la respuesta sísmica de edificios de acero” con clave PRO_A8_013_PROFAPI 2022, también es apreciado.

6. REFERENCIAS

[1] Archer, J. S. (1965). “Consistent matrix formulations for structural analysis using finite-element techniques.” *AIAA Journal*, 3(10), 1910–1918.

[2] Rea, D., Clough, R. W., and Bouwkamp, J. G. (1971). Damping capacity of a model steel structure.

[3] Wilson, E. L., and Penzien, J. (1972). “Evaluation of orthogonal damping matrices.” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 4(1), 5–10.

[4] Crips, D. . (1980). “Damping models for inelastic structures.” University of Canterbury, Christchurch.

[5] Stavrinidis, C., Clinckemaillie, J., and Dubois, J. (1989). "New concepts for finite-element mass matrix formulations." *AIAA Journal*, 27(9), 1249–1255.

[6] Léger, P., and Dussault, S. (1992). "Seismic-Energy Dissipation in MDOF Structures." *Journal of Structural Engineering*, 118(5), 1251–1269.

[7] Michaltsos, G. T., and Konstantakopoulos, T. G. (2000). "A simplified dynamic analysis for estimation of the effect of rotary inertia and diaphragmatic operation on the behaviour of towers with additional masses." *Structural Engineering and Mechanics*, 10(3), 277–288.

[8] Kowalsky, M.; Dwairi, H. Investigation of Jacobson's equivalent viscous damping approach as applied to displacement-based seismic design. In *Proceedings of the 13th world conference on earthquake engineering*; Vancouver, Canada, 2004.

[9] Archer, G. C., and Whalen, T. M. (2005). "Development of rotationally consistent diagonal mass matrices for plate and beam elements." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194(6–8), 675–689.

[10] Val, D. V., and Segal, F. (2005). "Effect of damping model on pre-yielding earthquake response of structures." *Engineering Structures*, 27(14), 1968–1980.

[11] Dwairi, H.M.; Kowalsky, M.J.; Nau, J.M. Equivalent Damping in Support of Direct Displacement-Based Design. *J. Earthq. Eng.* 2007, 11, 512–530.

[12] Sarigul, M.; Boyaci, H. Nonlinear vibrations of axially moving beams with multiple concentrated masses Part I: Primary resonance. *Struct. Eng. Mech.* 2010, 36, 149–163.

[13] Rodrigues, H.; Varum, H.; Arêde, A.; Costa, A. A comparative analysis of energy dissipation and equivalent viscous damping of RC columns subjected to uniaxial and biaxial loading. *Eng. Struct.* 2012, 35, 149–164.

[14] Jehel, P.; Léger, P.; Ibrahimbegovic, A. Initial versus tangent stiffness-based Rayleigh damping in inelastic time history seismic analyses. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.* 2014, 43, 467–484.

[15] Chai, Y.H.; Kowalsky, M.J. Influence of Nonviscous Damping on Seismic Inelastic Displacements. *J. Struct. Stab. Dyn.* 2015, 15, 1450074.

[16] Puthanpurayil, A.M.; Lavan, O.; Carr, A.J.; Dhakal, R.P. Elemental damping formulation: An alternative modelling of inherent damping in nonlinear dynamic analysis. *Bull. Earthq. Eng.* 2016, 14, 2405–2434.

[17] Zand, H.; Akbari, J. Selection of Viscous Damping Model for Evaluation of Seismic Responses of Buildings. *KSCE J. Civ. Eng.* 2018, 22, 4414–4421.

[18] Kshirsagar, B.D.; Goud, S.C.; Khan, S.N. Vibration analysis of femur bone by using consistent mass matrices and fast fourier transform analyzer. *Mater. Today Proc.* 2020, 26, 2254–2259.

[19] Carr, A.J. RUAUMOKO–Inelastic Dynamic Analysis Program; Department of Civil Engineering, University of Canterbury: Christchurch, New Zealand, 2016.

[20] Chopra, A. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, 4th ed.; Prentice Hall: Upper Saddle River, NJ, USA, 2011.

[21] Kinoshita, T.; Nakamura, N.; Kashima, T. Characteristics of the first-mode vertical vibration of buildings based on earthquake observation records. *JAPAN Archit. Rev.* 2021, 4, 290–301.

[22] Chen, W.F.; Atsuta, T. Interaction equations for biaxially loaded sections. *J. Struct. Div.* 1972, 98, 1035–1052.

[23] Paz, M.; Leigh, W. *Structural Dynamics—Theory and Computation*, 5th ed.; Kluwer Academic Publishers: Boston, MA, USA, 2004.

[24] Clough, R.; Penzien, J. *Dynamics of Structures*, 3rd ed.; Computers & Structures Inc. Berkeley, CA, USA, 1995.

[25] Federal Emergency Management Agency (FEMA). *State of the Art Report on Systems Performance of Steel Moment Frames Subjected to Earthquake Ground Shaking*; FEMA 355C; FEMA: Washington, DC, USA, 2000. Reston, VA, USA, 2016; ISBN 9780784414248.

[26] Valenzuela-Beltran, F.; Llanes-Tizoc, M.D.; Bojorquez, E.; Bojorquez, J. and Reyes-Salazar A.; Evaluation of the effect of local rotation and vertical displacements modes in the nonlinear seismic response of steel frames; *Eng Struct*, 286 (2023); <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.116097>.

[27] Carr, A. RUAUMOKO, Inelastic dynamic analysis program 2016.

[28] Chen, W.F.; Atsuta, T. Interaction equations for biaxially loaded sections, 1971 (72-9); 1971.

[29] Clough R., Penzien J. *Dynamics of Structures*. 3rd ed. Berkeley, California: Computers & Structures Inc.; 1995.

[30] Chopra A. *Dynamics of structures*. New Jersey: Prentice Hall; 2012.